



Στατιστική ΙΙ

Διδάσκουσα: Δήμητρα Κυριακοπούλου

Εξετάσεις Ιουνίου 2025 - Επί Πτυχίου

1. (α). [2 Μονάδες]

Μετρήσεις των τελευταίων 25 ετών έδειξαν ότι η μέση βροχόπτωση σε μια περιοχή της χώρας για έναν ορισμένο μήνα είναι 12.2 εκατοστά. Μια άλλη περιοχή της χώρας είχε τα τελευταία 20 έτη μέση βροχόπτωση για τον ίδιο μήνα 10.5 εκατοστά. Αν θεωρήσουμε ότι οι κατανομές των δύο βροχοπτώσεων είναι κανονικές, να βρεθεί, για επίπεδο εμπιστοσύνης $1 - \alpha = 0.95$, το διάστημα εμπιστοσύνης της διαφοράς των μέσων βροχοπτώσεων σε αυτές τις δύο περιοχές στην περίπτωση που οι τυπικές αποκλίσεις των βροχοπτώσεων είναι άγνωστες αλλά ίσες και οι δειγματικές τυπικές αποκλίσεις για τα δύο δείγματα των $n_1 = 25$ και $n_2 = 20$ ετών είναι $S_1 = 1.2$ εκατοστά και $S_2 = 0.3$ εκατοστά, αντίστοιχα.

Δίνονται: $t_{43,0.025} = 2.02$ και $z_{0.025} = 1.96$.

(β). [2 Μονάδες]

Από τυχαίο δείγμα 40 στελεχών ενός μεγάλου διεθνούς Οργανισμού Α προέκυψε ότι ο μέσος των ετήσιων αποδοχών τους ένα ορισμένο έτος ήταν 54 χιλιάδες ευρώ με τυπική απόκλιση 6 χιλιάδες ευρώ. Επίσης, από τυχαίο δείγμα 50 στελεχών ενός άλλου μεγάλου διεθνούς Οργανισμού Β, προέκυψε ότι ο μέσος των ετήσιων αποδοχών τους το ίδιο έτος ήταν 57 χιλιάδες ευρώ με τυπική απόκλιση 8 χιλιάδες ευρώ. Μπορούμε να δεχθούμε σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.01$ ότι τα στελέχη των δύο Οργανισμών έχουν τον ίδιο μέσο ετήσιων αποδοχών;

Δίνεται: $z_{0.005} = 2.58$.

(γ). [1 Μονάδα]

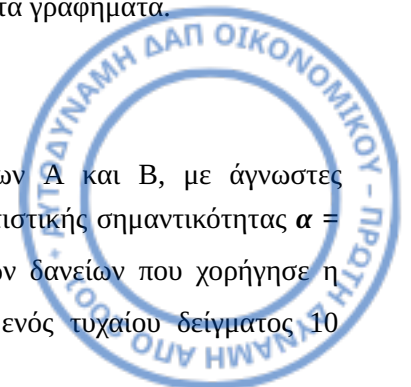
Τοποθετήστε τα παρακάτω εκατοστημόρια σε αύξουσα σειρά (από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο):

$$t_{25,0.025}, t_{37,0.62}, z_{0.025}$$

και δικαιολογήστε την απάντησή σας, χρησιμοποιώντας επίσης και τα απαραίτητα γραφήματα.

2. (α). [1.5 Μονάδα]

Μία τράπεζα χορήγησε δάνεια στις επιχειρήσεις δύο βιομηχανικών κλάδων Α και Β, με άγνωστες διακυμάνσεις σ_1^2 και σ_2^2 , αντίστοιχα. Ζητείται να καθοριστεί, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας $\alpha = 5\%$, ένα διάστημα εμπιστοσύνης για το λόγο των διακυμάνσεων σ_1^2/σ_2^2 των δανείων που χορήγησε η τράπεζα στις επιχειρήσεις, αν είναι γνωστό ότι η δειγματική διακύμανση ενός τυχαίου δείγματος 10



επιχειρήσεων που έχει ληφθεί από τον κλάδο Α έχει τιμή $S_1^2 = 4.8$ και η δειγματική διακύμανση ενός τυχαίου δείγματος 8 επιχειρήσεων που έχει ληφθεί από τον κλάδο Β έχει τιμή $S_2^2 = 2.4$.

Δίνονται: $f_{7,0.025}^9 = 3.79$ και $f_{9,0.025}^7 = 4.03$.

(β). [2 Μονάδες]

Σε δείγμα 150 οικογενειών από την πόλη Α, 90 δήλωσαν ότι έχουν ιδιόκτητη κατοικία και σε ένα δείγμα 120 οικογενειών από την πόλη Β, 90 δήλωσαν ότι έχουν ιδιόκτητη κατοικία. Αν με p_1, p_2 συμβολίζονται τα ποσοστά των οικογενειών που κατοικούν στις πόλεις Α και Β και έχουν ιδιόκτητη κατοικία, αντίστοιχα, ζητείται να ελεγχθεί η μηδενική υπόθεση ότι $p_1 = p_2$ έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης ότι $p_1 \neq p_2$ σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.05$.

Δίνεται: $z_{0.025} = 1.96$.

(γ). [1.5 Μονάδα]

Έστω ότι οι βαθμοί των φοιτητών στη Στατιστική ακολουθούν την κανονική κατανομή $N(7.1, 4)$. Να υπολογισθεί η πιθανότητα ο μέσος όρος των βαθμών 36 φοιτητών, που διαλέγονται στην τύχη, να είναι μεταξύ 7 και 8.

Δίνονται: $G(0.3) = 0.618$ και $G(2.73) = 0.997$.



3. (α) [2 Μονάδες]

Ο αριθμός των ελαττωματικών τεμαχίων, που παράγονται από τρεις διαφορετικές μηχανές, δίνεται στον παρακάτω πίνακα:

| | Εργάτης 1 | Εργάτης 2 | Εργάτης 3 | Εργάτης 4 | Σύνολο |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|--------|
| Μηχανή 1 | 35 | 38 | 41 | 32 | 146 |
| Μηχανή 2 | 31 | 40 | 38 | 31 | 140 |
| Μηχανή 3 | 36 | 35 | 43 | 25 | 139 |

Να ελεγχθεί, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.05$, αν υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση των διαφορετικών μηχανών στην παραγωγή ελαττωματικών τεμαχίων, κατασκευάζοντας τον πίνακα ANOVA.

Δίνονται: $\sum \sum X_{ij}^2 = 15335$ και $F_{9,0.05}^2 = 4.26$.

(β) [3 Μονάδες]

Μια επιχείρηση A θέλει να γνωρίζει πώς το ύψος των δαπανών, X , που κάνει για διαφήμιση στη διάρκεια ενός μήνα επηρεάζει την αξία των πωλήσεων της, Y , στη διάρκεια του ίδιου μήνα. Θεωρούμε ότι στο χρονικό αυτό διάστημα, οι τιμές των προϊόντων της δεν μεταβάλλονται, οπότε οι μεταβολές της Y οφείλονται αποκλειστικά σε μεταβολές του όγκου των πωλήσεων. Η χρήση ενός τυχαίου δείγματος μεγέθους $n = 6$ διαδοχικών μηνών έδωσε τα παρακάτω στοιχεία:

$$\sum Y_i = 284, \quad \sum Y_i^2 = 14938$$

$$\sum X_i = 105, \quad \sum X_i^2 = 2275$$

$$\sum X_i Y_i = 5775$$

Ζητείται:

(i) Να εκτιμηθεί η εξίσωση παλινδρόμησης της Y πάνω στην X , να γραφεί η προσαρμοσμένη σχέση που προέκυψε και να ελεγχθεί η μηδενική υπόθεση ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική γραμμική σχέση μεταξύ των Y και X , για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.05$.

(ii) Να υπολογιστεί και να ερμηνευτεί ο συντελεστής προσδιορισμού της εξίσωσης που εκτιμήθηκε.

(iii) Να ερμηνευθούν οι συντελεστές της παλινδρόμησης που εκτιμήθηκαν.

Δίνεται επίσης: $t_{4,0.025} = 2.776$.

Το 3ο Θέμα είναι υποχρεωτικό. Να επιλέξετε 1 θέμα από τα υπόλοιπα (Θέματα 1-2).



*Μπορείτε να φύγετε σε μισή ώρα (χωρίς τα θέματα). Να παραδώσετε τα θέματα με το γραπτό σας.
Όπου χρειάζεται και δεν δίνεται το επίπεδο σημαντικότητας α , θεωρήστε ότι $\alpha=0.05$.*

Καλή επιτυχία!

