

Σεπτέμβριος 2025

**1ο:** Να βρείτε τον πίνακα του γραμμικού μετασχηματισμού  $T$ , στις παρακάτω περιπτώσεις:

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, x_1 + x_2, x_2 + x_3, x_3 + x_4),$$

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1 + 3x_3 - 4x_4.$$

( 1 + 1 = 2 μονάδες )

**2ο:** Να εξετάσετε αν ο μετασχηματισμός  $T$  με:

$$T(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_2 - x_1, x_1 + x_3^4),$$

είναι γραμμικός. Αιτιολογήστε πλήρως.

( 2 μονάδες )

**3ο:** Υποθέτουμε ότι ο πίνακας:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -2 & -4 \\ 2 & -6 & -3 & 1 \\ -3 & 8 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

είναι ισοδύναμος ως προς τις γραμμές με τον πίνακα:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Να βρείτε βάσεις για τους χώρους  $Nul(A)$  και  $Col(A)$ .

( 2 μονάδες )

**4ο:** Έστω  $B = \{b_1, b_2\}$  και  $C = \{c_1, c_2\}$  δυο βάσεις ενός διανυσματικού χώρου  $V$  με  $b_1 = 6c_1 - 2c_2$  και  $b_2 = 9c_1 - 4c_2$ .

α) Να βρείτε τον πίνακα αλλαγής συντεταγμένων από τη βάση  $B$  στη βάση  $C$ .

β) Να βρείτε το διάνυσμα συντεταγμένων  $[x]_C$ , για  $x = -3b_1 + 2b_2$ .

( 1 + 1 = 2 μονάδες )