



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικών και Κατοδιστριακών
Πανεπιστημίων Αθηνών
— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —

Εξετάσεις περιόδου Ιουνίου 2025, Μαθηματικά II, ΤΟΕ ΕΚΠΑ, Καθηγητής Ι. Λεβεντίδης

1. Λύστε το παρακάτω σύστημα γραμμικών εξισώσεων με τη μέθοδο της απαλοιφής Gauss και επαληθεύστε ότι η λύση είναι ακέραιη:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ 2x - y + 4z = 1 \\ 3x + 2y + 2z = 7 \end{cases}$$

2. Να διερευνήσετε ως προς την παράμετρο "α" τις λύσεις του παρακάτω συστήματος:

$$\begin{cases} ax + ay = 2 \\ x + ay = 1 \end{cases}$$

3. Να βρείτε τα κρίσιμα σημεία και να προσδιορίσετε τη φύση τους για τη συνάρτηση:

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 4x - 6y$$

4. Να προσδιορίσετε τα σημεία στα οποία η συνάρτηση $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ λαμβάνει τοπικά ακρότατα, υπό τον περιορισμό $x + 2y + z = 6$.

5. Να προσδιορίσετε την ευθεία $y = ax + b$ που ελαχιστοποιεί το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων από τα σημεία:

☞

$$(1,2), (2,3), (3,5), (4,4)$$

6. Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα της συνάρτησης $f(x, y) = x + y$ στο τριγωνικό χωρίο D που περικλείεται από τις ευθείες:

$$x = 0, y = 0, x + y = 1$$

7. Να υπολογίσετε την δύναμη A^5 για τον πίνακα:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση χρησιμότητας $x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{3}}$ υπό τον εισοδηματικό περιορισμό $p_1x + p_2y = I$ λύνοντας της συνθήκες πρώτης τάξης ως προς x, y .

Να λυθούν τα 7 από τα 8 θέματα. Κάθε θέμα αντιστοιχεί σε 1.5 μονάδες

