



Εξετάσεις περιόδου Σεπτεμβρίου 2024

Μαθηματικά II, ΤΟΕ ΕΚΠΑ, Καθηγητής Ι. Λεβεντίδης

1. Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα $\iint_R (x+y)^2 dx dy$ όπου R το παραλληλόγραμμο με κορυφές $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $\Gamma(1, 1)$, $\Delta(-1, 1)$.

2. Να ελαχιστοποιήσετε τη συνάρτηση $f(x, y) = e^{x^2+xy+y^2}$ χρησιμοποιώντας συνθήκες 1ης και 2ης τάξης.

3. Να γραφούν οι συνθήκες 1ης τάξης για την ελαχιστοποίηση της $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + zx + xy$ υπό τους περιορισμούς $2x + y + z = 3$ και $z - y = x + 1$.

4. Λύστε το πρόβλημα 3 απαλείφοντας τους αγνώστους y, z .

5. Έστω πίνακας $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Να υπολογιστεί το άθροισμα των ιδιοτιμών του πίνακα B που ικανοποιεί $A \cdot B = B \cdot A = I$.

6. Έστω $f(x, y) = \lambda y^3 + \gamma x^2 + x^3$. Να αποδειχθεί η ταυτότητα $x(\partial f/\partial x) + y(\partial f/\partial y) + z(\partial f/\partial z) = 3f(x, y)$.

7. Να λυθεί το παραμετρικό σύστημα:

$$\begin{cases} \lambda x + y = \lambda + 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

Να λυθούν όλα τα θέματα. Καλή επιτυχία!!





ΕΚΠΑ - ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ

Διδάσκοντες: Στ. Κώτσιος - Ε. Μελάς

Εξετάσεις Περιόδου ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ - 2024

ΘΕΜΑ 1ον: Βρείτε για ποιες τιμές του μ το σύστημα έχει μη μηδενικές λύσεις και βρείτε τις:

$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 2x + \mu y + 4z = 0 \\ -x + (-3-2\mu)y - 2z = 0 \end{cases}$$

ΘΕΜΑ 2ον: Υπολογίστε τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα: $\begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}$.

ΘΕΜΑ 3ον: Επαληθεύσατε το θεώρημα Euler για την συνάρτηση $f = (x-y)/(x+y)$.

ΘΕΜΑ 4ον: Δίδεται η συνάρτηση παραγωγής $Q = a K^b L^c$, $b+c=1$. Τα K και L είναι συναρτήσεις των x, y : $K = (x+y)^{-1}$, $L = (x+y)^{1/2}$. Υπολογίστε το ολικό διαφορικό dQ .

ΘΕΜΑ 5ον: Δίδεται η συνάρτηση παραγωγής: $Q(K, L) = [(2/3)K^{1/2} + (1/3)L^{1/2}]^2$. Βρείτε τον οριακό λόγο τεχνικής υποκατάστασης.

ΘΕΜΑ 6ον: Βρείτε ευθεία ελαχίστων τετραγώνων για τα σημεία $(0, 1)$, $(1, 3)$, $(-1, -1)$.

ΘΕΜΑ 7ον: Βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης $f = \ln(xy)$, όταν $x^2 + y^2 = 1$.

ΘΕΜΑ 8ον: Χρησιμοποιώντας διπλό ολοκλήρωμα, υπολογίστε το εμβαδό μεταξύ $y(x) = x^2$ και $y(x) = -x^2 + 2x$.

