



Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών - Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Εισηγητές: Κατοίκης - Μελός, Μάθημα: Μαθηματικά Ι

Χειμερινό Εξάμηνο 2026

Θέμα 1ο: Α) (1 μονάδα) Να βρείτε το ανοικτό διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$.

Β) (1 μονάδα) Μια πίτσα μοιράζεται έτσι ώστε κάθε άτομο παίρνει το μισό από ό,τι απομένει. Το πρώτο άτομο παίρνει $\frac{1}{2}$ της όλης πίτσας, το δεύτερο παίρνει $\frac{1}{4}$, το τρίτο $\frac{1}{8}$, και ούτω καθεξής.

1. Δείξτε ότι αυτή η ακολουθία κλασμάτων είναι γεωμετρική πρόοδος. Ποιο κλάσμα της πίτσας παίρνει το n -οστό άτομο;
2. Βρείτε το συνολικό κλάσμα της πίτσας που θα ληφθεί αν αυτή η διαδικασία συνεχίζεται επί άπειρον.

Θέμα 2ο: Α) (1.5 μονάδες) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $\int \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 4} dx$.

Β) (1.5 μονάδες) Να βρεθεί η εφαπτόμενη ευθεία της $f(x) = x^x$, $x > 0$, στο σημείο $(1, 1)$.

Θέμα 3ο: Α) (1.5 μονάδες) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περιορίζεται από τις γραφικές παραστάσεις των σχέσεων $y = e^{-x}$, $x = 1$ και του θετικού ημιάξονα Ox , για $x \geq 1$.

Β) (1.5 μονάδες) Αν η συνάρτηση του οριακού κόστους μιας επιχείρησης είναι $MC(q) = -\frac{81}{q^2} + \frac{1}{3}$, και η συνάρτηση του συνολικού κόστους έχει ελάχιστη τιμή 10 νομισματικών μονάδων, να βρεθεί η συνάρτηση του συνολικού κόστους $C(q)$.

Θέμα 4ο: (2 μονάδες) Μια επιχείρηση παράγει ένα προϊόν του οποίου η συνάρτηση ζήτησης είναι $P_d(q) = -\frac{2}{3}q^2 - 8q + 3018$, και η συνάρτηση συνολικού κόστους είναι $TC(q) = 2q^2 + 180q + 3000$. Η τιμή του προϊόντος μετρείται σε ευρώ και η ποσότητα q σε τόνους. Ζητούνται:

1. Να βρεθεί ο αριθμός μονάδων προϊόντος και η τιμή μονάδας που μεγιστοποιούν το κέρδος $\Pi(q)$.
2. Να βρεθεί το πλεόνασμα του καταναλωτή όταν το προϊόν πωλείται στην τιμή ισορροπίας.

